微積分学A 試験

1997 年 7 月 31 日 (木)

1. $\boldsymbol{R^4}$ の部分空間 W_1, W_2 がつぎのものであるとする:

$$W_1 = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 11x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & + & 14x_4 & = & 0 \end{array} \right\},$$

$$W_2 = \left\{ \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & + & 10x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 8x_4 & = & 0 \end{array} \right\}.$$

   (a) W_1 の次元および基底を求めよ.
   (b) W_2 の次元および基底を求めよ.
   (c) $W_1 \cap W_2$ の次元および基底を求めよ.
   (d) $W_1 + W_2$ の次元および基底を求めよ.

2. $\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & y_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & y_1 & y_2 & x_3 \\ 1 & y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$ を一次式の積で表せ.

3. 次の関数の極値を求めよ:

   (a) $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - 4x - 2y,$
   (b) $f(x,y) = x^2 - 2xy^2 + y^4 - y^7.$

4. $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$ とする. このとき極座標への変換を用いて, 次の重積分を計算せよ.

$$\int\int_D (ax^2 + by^2) dxdy.$$