

## 情報数学 I 試験 2

2002 年 5 月 14 日 (火)

1.  $K(BWxyz) \triangleright K(xyz)$  に至る  $CL_W$  の証明図をかけ.
2.  $B(BW)(BBC)(Kx)yz \triangleright x(yz)$  が体系  $CL_W$  で証明可能であることを示せ (必ずしも証明図を描かなくてもよい).
3. 変数  $x$  を高々 1 つしか含まない任意の項  $\alpha$  に対して, 次の a, b を満たす項  $\beta$  が存在することを示せ:
  - (a) 項  $\beta$  は変数  $x$  と定数記号  $W$  のどちらも含まない,
  - (b) 式  $\beta x \triangleright \alpha$  が  $CL_W$  で証明できる.
4. 次を示せ (ただし,  $I$  は  $Ix \triangleright x$  が  $CL_W$  で証明可能な閉項とする).

$$x \triangleright KI(Ky)x, K \triangleright B \vdash_{CL_W} x \triangleright y$$

注意: これは試験終了後に回収しますので, 書き込みなどはしないで下さい.

体系  $CL_w$  の公理型は次の 4 つです.

$$(B) \quad B\alpha\beta\gamma \triangleright \alpha(\beta\gamma)$$

$$(C) \quad C\alpha\beta\gamma \triangleright \alpha\gamma\beta$$

$$(K) \quad K\alpha\beta \triangleright \alpha$$

$$(W) \quad W\alpha\beta \triangleright \alpha\beta\beta$$

証明図は公理を葉とする木状の図形です. 証明図を作るための規則を推論規則 (rule of inference) といいます. 体系  $CL_w$  の推論規則は次の 3 つです:

$$\frac{\beta \triangleright \gamma}{\alpha\beta \triangleright \alpha\gamma} (\mu), \quad \frac{\alpha \triangleright \beta}{\alpha\gamma \triangleright \beta\gamma} (\nu),$$

$$\frac{\alpha \triangleright \beta \quad \beta \triangleright \gamma}{\alpha \triangleright \gamma} (\tau).$$

体系  $CL_w$  の証明図は公理である式を上端とする木状の図形でした. ここで, 上端にくる式として公理以外のものを認めたものを推論図 (deduction) ということにします. 推論図の上端にある式で公理でないものを, その推論図の仮定 (assumption) といいます.  $\Gamma$  を式の列とします.  $\Gamma$  に含まれる式を仮定とし,  $\alpha \triangleright \beta$  に至る  $CL_w$  の推論図があるとき,  $\Gamma \vdash_{CL_w} \alpha \triangleright \beta$  と書き,  $CL_w$  で仮定  $\Gamma$  から  $\alpha \triangleright \beta$  ができるといいます. 推論図の仮定は全て  $\Gamma$  に入っていないかもしれませんが, 実際の上端にない式が  $\Gamma$  に入っている場合もかまいません.