

直観主義命題論理 HJ の公理型は次の 5 つです。

$$\begin{aligned}
 (B) \quad & (\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma \\
 (C) \quad & (\alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset \beta \supset \alpha \supset \gamma \\
 (K) \quad & \alpha \supset \beta \supset \alpha \\
 (W) \quad & (\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \beta \\
 (N) \quad & \perp \supset \alpha
 \end{aligned}$$

古典命題論理 HK の公理型は HJ の 5 つの公理型と次の L3 の 6 つです。

$$(L3) \quad ((\alpha \supset \beta) \supset \beta) \supset (\beta \supset \alpha) \supset \alpha$$

古典命題論理 NK は体系 NJ に次の二重否定の除去規則 (\neg -E) を付け加えたものである:

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha} (\neg\text{-E}).$$

ゲンツェン流の直観主義命題論理 LJ の公理型は次の 2 つです。

$$\begin{aligned}
 (I) \quad & \alpha \rightarrow \alpha \\
 (N) \quad & \perp \rightarrow \alpha
 \end{aligned}$$

ゲンツェン流の直観主義命題論理 LJ の推論規則は次の 6 つです。

構造に関する推論規則

割増 (weakening), 縮約 (contraction)

$$\frac{\Gamma \rightarrow \gamma}{\alpha, \Gamma \rightarrow \gamma} (w \rightarrow), \quad \frac{\alpha, \alpha, \Gamma \rightarrow \gamma}{\alpha, \Gamma \rightarrow \gamma} (c \rightarrow)$$

交換 (exchanging), 切断 (cut)

$$\frac{\Delta, \alpha, \beta, \Gamma \rightarrow \gamma}{\Delta, \beta, \alpha, \Gamma \rightarrow \gamma} (e \rightarrow), \quad \frac{\Gamma \rightarrow \alpha \quad \alpha, \Delta \rightarrow \gamma}{\Gamma, \Delta \rightarrow \gamma} (cut)$$

論理記号に関する推論規則

\supset に関する規則

$$\frac{\Gamma \rightarrow \alpha \quad \beta, \Delta \rightarrow \gamma}{\alpha \supset \beta, \Gamma, \Delta \rightarrow \gamma} (\supset \rightarrow), \quad \frac{\alpha, \Gamma \rightarrow \beta}{\Gamma \rightarrow \alpha \supset \beta} (\rightarrow \supset)$$

グリベンコの定理 次の 2 つの条件は同値である。

1. $\Gamma \rightarrow \Delta$ が LK で証明可能である。
2. $\neg\Delta, \Gamma \rightarrow \perp$ が LJ で証明可能である。