

情報数理学特論 VII 試験 4

2004 年 12 月 14 日 (火)

以下において、 \vdash は $\lambda x \triangleright x$ が CLW で証明可能な閉項とする。

1. 次を示せ (体系 CLW が教科書と違って推論規則が減っていることに注意せよ)。

$$KI \triangleright_1 K \vdash_{CLW} x = y$$

2. 式 $S(KS)K : (\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$ の HK の証明図をえがけ。
3. $\lambda^*x.SxI$ を求め、 $(\lambda^*x.SxI)M$ の正規形を求めよ (どちらも途中経過を書くこと)。
4. $\lambda^n x.M$ は次ページの定義??で定義されたものとする。このとき、 $\lambda^n xy.xyy$ を求め、 $(\lambda^n xy.xyy)MN$ の正規形を求めよ (どちらも途中経過を書くこと。 $\lambda^n xy.R$ は $(\lambda^n x.(\lambda^n y.R))$ のことである)。

体系 CLw の公理型は次の 3 つです.

$$\begin{aligned} (K) \quad & KMN \triangleright_1 M \\ (S) \quad & SMNR \triangleright_1 MR(NR) \\ (\rho) \quad & M \triangleright M \end{aligned}$$

体系 CLw の推論規則は次の 6 つです:

$$\begin{aligned} \frac{N \triangleright_1 R}{MN \triangleright_1 MR} (\mu), \quad & \frac{M \triangleright_1 N}{MR \triangleright_1 NR} (\nu), \\ \frac{M \triangleright_1 N \quad N \triangleright R}{M \triangleright R} (\tau), \\ \frac{M \triangleright N}{M = N} (\kappa), \quad & \frac{M = N}{N = M} (\sigma), \quad \frac{M = N \quad N = R}{M = R} (\tau =). \end{aligned}$$

古典命題論理 (classical propositional logic) HK の公理型は次の 4 つです.

$$\begin{aligned} K: \alpha \supset \beta \supset \alpha \\ S: (\alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma \\ P: ((\alpha \supset \beta) \supset \alpha) \supset \alpha \\ A: \perp \supset \alpha \end{aligned}$$

定義 0.1 (抽象) M を CL-項, x を変数とする. 変数 x を含まない項 $(\lambda^*x.M)$ を以下のように帰納的に定義する.

1. $(\lambda^*x.M) \equiv (KM)$ ($x \notin FV(M)$ のとき),
2. $(\lambda^*x.x) \equiv I$ (ただし $I \equiv SKK$),
3. $(\lambda^*x.UV) \equiv S(\lambda^*x.U)(\lambda^*x.V)$ ($x \in FV(UV)$ のとき).

定義 0.2 (抽象 η) M を CL-項, x を変数とする. 変数 x を含まない項 $(\lambda^\eta x.M)$ を以下のように帰納的に定義する.

1. $(\lambda^\eta x.M) \equiv (KM)$ ($x \notin FV(M)$ のとき),
2. $(\lambda^\eta x.x) \equiv I$ (ただし $I \equiv SKK$),
3. $(\lambda^\eta x.Ux) \equiv U$ ($x \notin FV(U)$ のとき).
4. $(\lambda^\eta x.UV) \equiv S(\lambda^\eta x.U)(\lambda^\eta x.V)$ (?? も ?? も適用できないとき).