

# 情報数学 I 試験 1

2005 年 4 月 26 日 (火)

1. 式  $S(Kx)yz \triangleright x(yz)$  に至る  $CL_w$  の証明図をかけ.
2. 式  $S(KS)Kxyz \triangleright x(yz)$  が体系  $CL_w$  で証明可能であることを示せ (必ずしも証明図を描かなくてもよい).
3. 次を示せ (ただし,  $I$  は  $!x \triangleright x$  が  $CL_w$  で証明可能な閉項とする).

$$KI \triangleright_1 K \vdash_{CL_w} x = y$$

4. (a) 式  $S(KS) : (\delta \supset \alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset \delta \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$  の HK の証明図をえがけ.  
(b) 式  $S(KP) : (\beta \supset \neg\alpha \supset \alpha) \supset \beta \supset \alpha$  の HK の証明図をえがけ.

体系  $CL_w$  の公理型は次の 3 つです.

- (K)  $KMN \triangleright_1 M$
- (S)  $SMNR \triangleright_1 MR(NR)$
- ( $\rho$ )  $M \triangleright M$

証明図は公理を葉とする木状の図形です. 証明図を作るための規則を推論規則 (rule of inference) といいます. 体系  $CL_w$  の推論規則は次の 6 つです:

$$\frac{N \triangleright_1 R}{MN \triangleright_1 MR} (\mu), \quad \frac{M \triangleright_1 N}{MR \triangleright_1 NR} (\nu),$$

$$\frac{M \triangleright_1 N \quad N \triangleright R}{M \triangleright R} (\tau),$$

$$\frac{M \triangleright N}{M = N} (\kappa), \quad \frac{M = N}{N = M} (\sigma), \quad \frac{M = N \quad N = R}{M = R} (\tau =).$$

古典命題論理 (classical propositional logic) HK の公理型は次の 4 つです.

- K:  $\alpha \supset \beta \supset \alpha$
- S:  $(\alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$
- P:  $((\alpha \supset \beta) \supset \alpha) \supset \alpha$
- A:  $\perp \supset \alpha$