

情報数理学特論VII 試験 1

2005 年 10 月 4 日 (火)

1. 次のラムダ項の正規形をもとめよ。途中経過も書くこと。また, 必要最小限の α -変換をすること。
 - (a) $(\lambda zyx.zxy)(yx)x$,
 - (b) $(\lambda xy.x(zy))(\lambda z.zy)$,
 - (c) $(\lambda wz.(\lambda yx.y)zw)z$.
2. $Z \equiv \lambda yx.x(yyx)$, $Y \equiv ZZ$ とする。このとき $\vdash_{\lambda\beta} Yx \triangleright x(Yx)$ を示す証明図をえがけ。
3. 命題論理の体系 LJ の基本定理を命題論理の体系 NJ の正規化定理を使って証明せよ。
4. 論理式 $((((r \supset s) \supset p) \supset p) \supset q) \supset q$ が古典論理の体系で証明できないことを示せ。

直観主義命題論理 NJ の推論規則は次の 3 つです。

$$\frac{M : \alpha \supset \beta \quad N : \alpha}{MN : \beta}, \quad \frac{x : \alpha \quad \Pi \quad M : \beta}{\lambda x.M : \alpha \supset \beta}$$

$$\frac{M : \perp}{\Lambda M : \alpha}$$

直観主義述語論理 LJ の公理型は次の 2 つです。

$$(I) \quad \alpha \rightarrow \alpha$$

$$(N) \quad \perp \rightarrow \alpha$$

直観主義述語論理 LJ の推論規則は次の 6 つです。

構造に関する推論規則

$$\frac{\Gamma \rightarrow \gamma}{\alpha, \Gamma \rightarrow \gamma} (w \rightarrow), \quad \frac{\alpha, \alpha, \Gamma \rightarrow \gamma}{\alpha, \Gamma \rightarrow \gamma} (c \rightarrow)$$

$$\frac{\Delta, \alpha, \beta, \Gamma \rightarrow \gamma}{\Delta, \beta, \alpha, \Gamma \rightarrow \gamma} (e \rightarrow), \quad \frac{\Gamma \rightarrow \alpha \quad \alpha, \Delta \rightarrow \gamma}{\Gamma, \Delta \rightarrow \gamma} (cut)$$

論理記号に関する推論規則

$$\frac{\Gamma \rightarrow \alpha \quad \beta, \Delta \rightarrow \gamma}{\alpha \supset \beta, \Gamma, \Delta \rightarrow \gamma} (\supset \rightarrow), \quad \frac{\alpha, \Gamma \rightarrow \beta}{\Gamma \rightarrow \alpha \supset \beta} (\rightarrow \supset)$$

体系 $\lambda\beta$ の公理型は次の 2 つです:

$$(\beta) \quad (\lambda x.M)N \triangleright_1 [N/x]M,$$

$$(\rho) \quad M \triangleright N \quad (\text{ただし } M \equiv_\alpha N).$$

体系 $\lambda\beta$ の推論規則は 7 つですが問題で使う可能性があるのは次の 4 つです:

$$\frac{N \triangleright_1 R}{MN \triangleright_1 MR} (\mu), \quad \frac{M \triangleright_1 N}{MR \triangleright_1 NR} (\nu),$$

$$\frac{M \triangleright_1 N}{R \triangleright_1 N} (\kappa 1) \quad (\text{ただし } R \equiv_\alpha M), \quad \frac{M \triangleright_1 N \quad N \triangleright R}{M \triangleright R} (\tau),$$