

情報数学 I 試験 2

2006 年 5 月 16 日 (火)

1. 式 $x(\text{SKK}y)z \triangleright xyz$ に至る CL_w の証明図をかけ.
2. CL -項 B を $B \equiv \text{S}(\text{KS})\text{K}$ と定義する. このとき, CL -項 $\text{S}(\text{BBS})(\text{KK})xyz$ の正規形を求めよ.
3. 次を示せ (ただし, \vdash は $\vdash x \triangleright x$ が CL_w で証明可能な閉項とする).

$$\text{KI} \triangleright_1 \text{K} \vdash_{\text{CL}_w} x = y$$

4. (a) 式 $\text{S}(\text{KS})\text{K} : (\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$ の HK の証明図をえがけ.
(b) 式 $\text{S}(\text{KP})(\text{S}(\text{KA})) : \neg\neg\alpha \supset \alpha$ の HK の証明図をえがけ.

体系 CL_w の公理型は次の 3 つです.

- (K) $KMN \triangleright_1 M$
- (S) $SMNR \triangleright_1 MR(NR)$
- (ρ) $M \triangleright M$

証明図は公理を葉とする木状の図形です. 証明図を作るための規則を推論規則 (rule of inference) といいます. 体系 CL_w の推論規則は次の 6 つです:

$$\frac{N \triangleright_1 R}{MN \triangleright_1 MR} (\mu), \quad \frac{M \triangleright_1 N}{MR \triangleright_1 NR} (\nu),$$

$$\frac{M \triangleright_1 N \quad N \triangleright R}{M \triangleright R} (\tau),$$

$$\frac{M \triangleright N}{M = N} (\kappa), \quad \frac{M = N}{N = M} (\sigma), \quad \frac{M = N \quad N = R}{M = R} (\tau =).$$

古典命題論理 (classical propositional logic) HK の公理型は次の 4 つです.

- K: $\alpha \supset \beta \supset \alpha$
- S: $(\alpha \supset \beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma$
- P: $((\alpha \supset \beta) \supset \alpha) \supset \alpha$
- A: $\perp \supset \alpha$