

線形代数学 B 試験

1998 年 10 月 14 日 (水)

以下の 4 つの問に答えよ。すべて結果だけでなく求め方もきちんと書くこと。

1. つぎの n 次正方行列の階数を求めよ ($n \geq 2$)。

$$\begin{bmatrix} a & x & x & \dots & x \\ x & a & x & \dots & x \\ x & x & a & \dots & x \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x & x & x & \dots & a \end{bmatrix}$$

2. 連立 1 次方程式
$$\begin{cases} x + 3y + 7z + 5w = \lambda_1 \\ 2x + 4y + 8z + 6w = \lambda_2 \\ x + 5y + 13z + 9w = \lambda_3 \\ 3x + 6y + 12z + 9w = \lambda_4 \end{cases}$$
 が解を持つような $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ をすべて求めよ。

3. 次の n 次の行列式を計算せよ。

$$\begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & \dots & \dots & 0 \\ x & 1+x^2 & x & \ddots & & 0 \\ 0 & x & 1+x^2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1+x^2 & x \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & 1+x^2 \end{vmatrix}$$

4. 空間内の 3 平面

$$(\pi_i): a_i x + b_i y + c_i z = 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

に対して,
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$
 となるのは, どのような場合か。