

# 情報数学 I 試験

1998 年 7 月 29 日 (水)

1. 次の推論図の正規形を求めよ (途中経過も書くこと):

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\alpha \supset \alpha \supset \beta \quad 1}{\alpha \supset \beta} \quad \frac{1}{\alpha}}{\beta} \quad 1 \qquad \frac{\frac{\alpha \supset \beta \quad 2}{\alpha}}{\beta} \quad 2 \\
 \frac{\frac{\alpha \supset \alpha \supset \beta \supset \alpha \supset \beta \quad 2}{\alpha \supset \alpha \supset \beta} \quad \frac{\alpha \supset \alpha \supset \beta \quad 3}{\alpha \supset \beta}}{\alpha \supset \beta}
 \end{array}$$

2. 直観主義命題論理の 3 つの体系についての次の問いに答えよ.

- (a) 論理式  $(\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma \supset \beta$  に至るヒルベルト流の体系 HJ の証明図をかけ.
- (b) 論理式  $(\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma \supset \beta$  に至る自然推論の体系 NJ の証明図をかけ.
- (c) 推件式  $\rightarrow (\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \gamma \supset \beta$  に至るゲンツェン流の体系 LJ の証明図をかけ.

3.  $p$  を 2 変数述語記号とする. 次の論理式が HK で証明できないことを示せ:

$$\forall x(pxx) \supset \forall x\forall y\forall z(pxy \vee (pyz \vee pzx)).$$

4. 体系  $CL_w$  において, 以下のことが成り立つことを 項  $\alpha$  の長さに関する帰納法で証明せよ.

任意の項  $\alpha$  に対して, 次の式が証明できる変数  $x$  を含まない項  $\beta$  が存在する:

$$\beta x \triangleright \alpha .$$