

情報数学 I 試験

2000 年 7 月 28 日 (金)

1. 次の推論図の正規形を求めよ (途中経過も書くこと):

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\alpha \supset \alpha \supset \beta}{\alpha \supset \beta} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}}{\beta} \begin{array}{l} 2 \\ \alpha \end{array} \\
 \frac{\frac{(\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \beta}{\alpha \supset (\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \beta} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}}{(\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \beta} \begin{array}{l} 1 \\ \alpha \end{array} \\
 \hline
 \beta
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 \frac{\frac{\alpha \supset \alpha \supset \beta}{\alpha \supset \beta} \begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array}}{\beta} \begin{array}{l} 1 \\ \alpha \end{array} \\
 \frac{\frac{\beta}{\alpha \supset \beta} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}}{\alpha \supset \alpha \supset \beta} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \\
 \hline
 \beta
 \end{array}$$

2. 直観主義命題論理の 3 つの体系についての次の問いに答えよ.
- (a) 論理式 $\gamma \supset (\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \beta$ に至るヒルベルト流の体系 HJ の証明図をかけ.
- (b) 論理式 $\gamma \supset (\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \beta$ に至る自然推論の体系 NJ の証明図をかけ.
- (c) 推件式 $\rightarrow \gamma \supset (\alpha \supset \alpha \supset \beta) \supset \alpha \supset \beta$ に至るゲンツェン流の体系 LJ の証明図をかけ.
- 3.

(演繹定理) $\Gamma, \alpha \vdash_{HJ} \beta$ ならば $\Gamma \vdash_{HJ} \alpha \supset \beta$ である

が成り立つことを $\Gamma, \alpha \vdash_{HJ} \beta$ を示す HJ の推論図の長さに関する帰納法で証明せよ. ここで HJ は述語論理の体系である.

4. 体系 CL_w において, 以下のことが成り立つことを証明せよ.
 任意の項 α に対して, 次の式が証明できる変数 x, y を含まない項 β が存在する:

$$\beta xy \triangleright \alpha .$$